DES

LUNETTES A TROIS VERRES

QUI

REPRÉSENTENT LES OBJETS DEBOUT.

PAR M. EULER.

I.

Planche II. Fig. 1. & 2. Ces Lunettes ne diffèrent des petits perſpectifs de poche qu'en ce qu'elles contiennent trois verres; l'objectif AA, le verre du milieu BB, & l'oculaire CC. Sans le verre BB, ce ſeroit un perſpectif ordinaire, ayant l'objectif AA convexe, & l'oculaire CC concave: mais on ajoute le verre du milieu pour lui procurer des avantages dont les ordinaires ne ſont pas ſuſceptibles. Il s'agit donc de déterminer tant l'eſpece de ce verre que ſon lieu, en ſorte que la lunette devienne plus parfaite, ou qu'elle groſſiſſe plus que les ordinaires de la même longueur, & qu'elle découvre un plus grand champ, ſans porter aucune atteinte à la clarté & diſtinction. Pour cet effet on verra que le verre du milieu BB doit être concave, ou avoir ſa diſtance de foyer négative.

Fig. 3. II. Conſidérons donc ſoigneuſement tous les élémens auxquels il faut avoir égard pour arriver à ce but. Et d'abord pour l'objectif AA, ſoit la diſtance $PF = \alpha$, où il repréſenteroit l'image des objets, s'il étoit tout ſeul; & puiſqu'on ſuppoſe les objets éloignés à l'infini, cette même diſtance $PF = \alpha$ ſera celle de foyer de l'objectif, que j'ai nommée $= p$, de ſorte que $p = \alpha$. Soit enſuite f le dernier point de l'image, qu'on puiſſe voir à travers la lunette, & l'on ſait que l'angle FPf eſt la meſure de la moitié du champ apparent. Donc,

Donc, posant le demi-diametre du champ apparent $= \phi$, on aura $Ff = \alpha \tang \phi$, ou bien $Ff = \alpha \phi$, puisque cet angle est ordinairement fort petit. Pour la figure de chaque face de ce verre, j'en parlerai plus bas lorsque je traiterai de la confusion.

III. Soit le second verre en BB, & la distance $QF = b$, de sorte que l'intervalle $PQ = \alpha - b$, qui doit être nécessairement positif. Ce verre étant concave jettera plus loin l'image Ff en Gg, & posant la distance $QG = \beta$, la distance de foyer de ce verre sera négative $= \frac{-b\beta}{\beta - b}$, laquelle étant posée $= q$, nous aurons $q = \frac{-b\beta}{\beta - b}$. Maintenant la grandeur de la premiere image étant $Ff = \alpha\phi$, celle de la seconde sera $Gg = \frac{\alpha\beta}{b}\phi$, entant qu'elle est apperçue par la lunette.

IV. Avant cette image Gg sera placé le verre oculaire CC, à la distance $RG = c$, qui pour les yeux parfaits est égale à sa distance de foyer, laquelle étant posée $= r$, puisque ce verre est concave, nous aurons $r = -c$. Nous aurons donc l'intervalle entre le second verre & l'oculaire $QR = \beta - c$, qui doit toujours être positif. Cet oculaire éloignera l'image Gg à l'infini, qui paroitra à l'oeil appliqué derriere l'oculaire sous l'angle GRg, dont la tangente est $= \frac{Gg}{RG} = \frac{\alpha\beta}{bc}\phi$.

V. Si nous regardons cet angle comme fort petit, de sorte qu'il puisse être estimé $= \frac{\alpha\beta}{bc}\phi$, nous en connoitrons la multiplication ou le grossissement; puisqu'un objet qui paroitroit à la vue simple sous l'angle ϕ, paroitra par la lunette sous l'angle $\frac{\alpha\beta}{bc}\phi$, & partant

 plus

plus grand en raison de $\frac{\alpha\beta}{bc}$ à 1. Or, quoique l'angle GRg soit considérable, ce sera toujours le grossissement pour les objets situés dans l'axe de la lunette; donc, si nous posons le grossissement $= m$, nous aurons $\frac{\alpha\beta}{bc} = m$.

VI. Voyons maintenant, comment les rayons passent enfin dans l'oeil à travers la lunette, tant pour juger du degré de clarté que du champ apparent. Soit pour cet effet le demi-diametre de l'ouverture de l'objectif PA $= x$, & ce verre transmetroit au point f le cone lumineux AfA, si le verre BB étoit ôté. Ce cone traversera donc le verre BB dans l'espace $b\beta$, & sera changé par la réfraction dans le cone $bg\beta$; & celui-ci traversant l'oculaire en $c\gamma$ se changera dans le cylindre lumineux $cd\delta\gamma$ parallele à la droite Rg. D'où il est clair, que l'oeil appliqué à l'oculaire CC ne voit le point de l'objet qui répond à f & g, qu'entant que les cones lumineux AfA & $bg\beta$ sont transmis par les verres BB & CC, & que le cylindre $cd\delta\gamma$ entre dans la prunelle.

VII. Il est donc important de connoitre les points b, β, c, γ. Or pour les points b & β on trouve:

$$FP : PA - Ff = FQ : Qb - Ff, \text{ ou } Qb = \alpha\Phi + \frac{b(x - \alpha\Phi)}{\alpha},$$

$$FP : PA + Ff = FQ : Q\beta + Ff, \text{ ou } Q\beta = -\alpha\Phi + \frac{b(x + \alpha\Phi)}{\alpha}.$$

Donc $Qb = \frac{bx}{\alpha} + (\alpha - b)\Phi$, & $Q\beta = \frac{bx}{\alpha} - (\alpha - b)\Phi$.

Pour les points c & γ on a:

$$QG : Qb - Gg = GR : Rc - Gg, \text{ ou } Rc = \frac{\alpha(\beta - c)}{b}\Phi + \frac{c}{\beta}Qb,$$

$$QG : Q\beta + Gg = GR : Gg - R\gamma, \text{ ou } R\gamma = \frac{\alpha(\beta - c)}{b}\Phi - \frac{c}{\beta}Q\beta.$$

Donc

Donc $R c = \frac{bc}{\alpha\beta} x + \frac{\alpha(\beta - c)}{b} \Phi + \frac{c(\alpha - b)}{\beta} \Phi$,

& $R\gamma = \frac{-bc}{\alpha\beta} x + \frac{\alpha(\beta - c)}{b} \Phi + \frac{c(\alpha - b)}{\beta} \Phi$.

VIII. Donc, si nous posons le demi-diametre de l'ouverture du verre $BB = \theta q = \frac{\theta b \beta}{\beta - b}$, & de l'oculaire $CC = \theta' r = \theta' c$, il faut qu'il soit

$$\frac{\theta b \beta}{\beta - b} > \frac{bx}{\alpha} + (\alpha - b)\Phi, \text{ \& } \theta' c > \frac{bc}{\alpha\beta} x + \frac{\alpha(\beta - c)}{b}\Phi + \frac{c(\alpha - b)}{\beta}\Phi.$$

Mais, pour que l'oeil appliqué à l'oculaire reçoive les rayons, si nous posons le demi-diametre de la prunelle $= \omega$, il faut que la distance $Rc = \frac{bc}{\alpha\beta} x + \frac{\alpha(\beta - c)}{b} \Phi + \frac{c(\alpha - b)}{\beta} \Phi$, ne surpasse point ω. Nous pouvons ici bien négliger le terme $\frac{bc}{\alpha\beta} x = \frac{x}{m}$, tant à cause de sa petitesse, que puisqu'il suffit que la moitié des rayons qui appartiennent aux extremités de l'objet, entre dans l'oeil; & de là nous aurons:

$$\frac{\alpha(\beta - c)}{b} \Phi + \frac{c(\alpha - b)}{\beta} . \Phi = \omega.$$

IX. De là nous tirons pour le champ apparent cette détermination,

$$\Phi = \frac{b\beta\omega}{\alpha\beta(\beta - c) + bc(\alpha - b)} = \frac{\beta\omega}{mc(\beta - c) + c(\alpha - b)},$$

à cause de $m = \frac{\alpha\beta}{bc}$. Où je remarque que, dans les lunettes ordinaires, où il y auroit $\beta = b$, on auroit $\Phi = \frac{\beta\omega}{mc(\beta - c) + c(\alpha - \beta)}$; donc notre champ sera plus grand, quand le dénominateur est plus

petit,

petit, où $b > \beta$. Mais il faut bien remarquer, que l'augmentation du champ dépend principalement du raccourciſſement de la lunette, & celui-ci de la diminution de la confuſion, dont nous tiendrons compte après.

X. D'abord il eſt clair que l'ouverture de l'oculaire ne ſauroit être moindre que la prunelle: donc, quand même les autres circonſtances admettroient de très petits oculaires, celle-ci y met des bornes qu'on ne doit point paſſer, qui demande que $\theta' c$ ne ſoit pas plus petit que ω. Or θ' eſt une fraction déterminable par la courbure des faces du verre; ſoit ϱ, le rayon de la face plus courbée du verre ſoit convexe ou concave, & ſi le demi-diametre de l'ouverture du verre étoit $= \frac{1}{2}\varrho$, l'ouverture embraſſeroit un arc de 60°, qui ſeroit peut-être trop grand. Qu'on y veuïlle admettre un arc de ζ°, & il faudra prendre le demi-diametre de l'ouverture $= \varrho \sin \frac{1}{2}\zeta$: & partant, ſelon qu'on prend $\zeta = 40^\circ$ ou 30°, le demi-diametre de l'ouverture ſera ou $\frac{1}{3}\varrho$, ou $\frac{1}{4}\varrho$ à peu près.

XI. Pour le verre oculaire, puisque le cylindre lumineux $cd\delta\gamma$ eſt fort mince, il ſemble qu'on pourroit bien ſuppoſer le demi-diametre de ſon ouverture $= \frac{1}{2}\varrho$, ce qui ne ſera pas permis dans les autres verres, où le cone lumineux remplit une bonne partie de l'ouverture entiere. Donc, ſi le verre oculaire eſt également concave des deux côtés, auquel cas il admet la plus grande ouverture, on aura $\varrho = \frac{11}{10}c$, & partant le demi-diametre de l'ouverture $\theta' c = \frac{11}{20}c$, de ſorte que $\theta' = \frac{11}{20}$, ou plus grand qu'un demi. Mais poſons ſeulement $\theta' = \frac{1}{2}$, & il eſt néceſſaire que $\frac{1}{2}c$ ne ſoit pas plus petit que ω, ou bien il faut prendre $c > 2\omega$. On eſtime ordinairement $\omega = \frac{1}{10}$ pouce, ou plus petit; donc c'eſt une condition, qu'on doit prendre $c > \frac{1}{5}$ pouce. Cependant je ne voudrois point employer des oculaires dont la diſtance de foyer fut au deſſous de $\frac{1}{3}$ pouce.

XII. Ayant trouvé $\Phi = \dfrac{b\beta\omega}{a\beta(\beta - c) + bc(a - b)}$, & réglé conformément le verre oculaire pour le verre BB, il faut qu'il

qu'il y ait $\frac{\theta b \beta}{\beta - b} > \frac{bx}{\alpha} + \frac{(\alpha - b)\, b \beta \omega}{\alpha\beta(\beta - c) + bc(\alpha - b)}$,

ou bien $\theta > \frac{(\beta - b)x}{\alpha\beta} + \frac{(\alpha - b)(\beta - b)\omega}{\alpha\beta(\beta - c) + bc(\alpha - b)}$.

Or, par ce que je viens de remarquer, il faut que θ soit moindre que $\frac{1}{2}$, & tant pour diminuer la confusion, qu'en cas que ce verre ne soit pas également concave des deux côtés, il sera bon que θ ne surpasse pas $\frac{1}{4}$. Voilà donc une autre condition qu'il faut remplir, qui est

$$\frac{(\beta - b)\, x}{\alpha\beta} + \frac{(\alpha - b)(\beta - b)\,\omega}{\alpha\beta(\beta - c) + bc(\alpha - b)} < \tfrac{1}{4},$$

& ensuite il suffit de donner au verre BB une ouverture

dont le demi-diametre $= \frac{bx}{\alpha} + \frac{(\alpha - b)\, b\beta\omega}{\alpha\beta(\beta - c) + bc(\alpha - b)}$.

XIII. Pour l'objectif AA, il faut à plus forte raison que le demi-diametre de son ouverture x ne surpasse point le quart de sa distance de foyer α, ou que $x < \frac{1}{4}\alpha$. Mais il faut aussi avoir égard au degré de clarté, lequel, pour qu'il soit suffisant, il faut prendre $x = \frac{m}{60}$ pouce, en supposant $\omega = \frac{1}{12}$ pouce. De là il s'ensuit que $\alpha > \frac{m}{15}$ pouce, mais ordinairement la confusion nous oblige de donner à α une valeur beaucoup plus grande. Cependant, si l'on réussissoit parfaitement à anéantir la confusion, il faudroit toujours prendre $\alpha = \frac{m}{15}$ pouce, & $c = \frac{1}{3}$ pouce.

XIV. Pour mieux déveloper les déterminations trouvées, posons $\beta = nb$, & la multiplication m donne $m = \frac{n\alpha}{c}$, & partant $\alpha = \frac{mc}{n}$. Donc, si les autres circonstances permettent de pren-

dre $c = \frac{1}{3}$ pouce, on aura $\alpha = \frac{m}{3n}$ pouce, & partant $\frac{m}{3n} > \frac{m}{15}$, d'où l'on voit que le nombre n doit être plus petit que 5. Ensuite, la condition du verre BB exige:

$$\frac{(n-1)x}{n\alpha} + \frac{(\alpha - b)(n-1)\omega}{n\alpha(nb-c) + c(\alpha - b)} > \frac{1}{4},$$

& alors on prendra le demi-diametre de l'ouverture du verre

$$BB = \frac{bx}{\alpha} + \frac{nb(\alpha - b)\omega}{n\alpha(nb-c) + c(\alpha - b)},$$

& le demi-diametre du champ apparent sera

$$= \frac{nb\omega}{n\alpha(nb-c) + c(\alpha - b)}.$$

XV. Substituant ici pour α sa valeur $\frac{mc}{n}$, la condition à l'égard du verre BB à remplir sera

$$\frac{n-1}{60c} + \frac{(n-1)(mc-nb)}{12mnc(nb-c) + 12c(mc-nb)} < \frac{1}{4}, \text{ ou}$$

$$\frac{1}{5} + \frac{mc-nb}{mn(nb-c) + mc - nb} < \frac{3c}{n-1}, \text{ ou bien}$$

$$\frac{mn(nb-c) + 6mc - 6nb}{mn(nb-c) + mc - nb} < \frac{15c}{n-1}.$$

Or, puisque c n'est jamais moindre que $\frac{1}{3}$ & $n < 5$, la fraction $\frac{15c}{n-1}$ est plus grande que $\frac{5}{4}$, il suffit donc que

$$mn(nb-c) > 19(mc-nb), \text{ ou}$$

$$\frac{b}{c} > \frac{mn + 19m}{mnn + 19n} = \frac{m(n+19)}{n(mn+19)}.$$

Alors

Alors on prendra le demi-diametre de l'ouverture du verre

$$BB = \frac{nb}{12c}\left(\frac{1}{5} + \frac{mc - nb}{mn(nb - c) + mc - nb}\right) \text{ pouce,}$$

& le demi-diametre du champ apparent

$$\Phi = \frac{nnb}{12c(mn(nb - c) + mc - nb)},$$

où les mesures doivent être prises en pouces. Outre cela, ayant les intervalles $PQ = a - b = \frac{mc - nb}{n}$, & $QR = \beta - c = nb - c$, ces quantités doivent être positives, & notre condition exige que $m \times QR > 19PQ$.

XVI. Pour rendre plus commodes tant ces déterminations que les suivantes, posons $b = \frac{(n - 1)kc}{n}$, & nous aurons:

$$PA = x = \frac{m}{60} \text{ pouce}; \; PF = \alpha = p = \frac{mc}{n}; \; Ff = \frac{mc}{n}.\Phi,$$

$$QF = b = \frac{(n-1)kc}{n}; \; QG = \beta = (n-1)kc; \; q = -kc; \; Gg = mc.\Phi,$$

$$RG = c; \; r = -c; \; RC = \tfrac{1}{2}c; \; \Phi = \frac{nk}{12c(mnk - m - k)},$$

$$PQ = \frac{c}{n}(m - nk + k); \; QR = c(nk - k - 1); \text{ donc}$$

$$k < \frac{m}{n - 1}, \quad \& \; k > \frac{1}{n - 1}, \text{ \& l'autre condition}$$

$$\frac{mn(nk - k - 1) + 6(m - nk + k)}{mn(nk - k - 1) + m - nk + k} < \frac{15c}{n - 1}, \text{ ou}$$

$$\frac{m - nk + k}{nk - k - 1} < \frac{mn(15c - n + 1)}{6(n - 1) - 15c}, \text{ ou bien}$$

$$\frac{PQ}{QR} < \frac{m.(15c - n + 1)}{6(n - 1) - 15c}.$$

Alors

Alors on prendra

$$QB = \frac{(n-1)k}{60} \cdot \frac{mn(nk-k-1)+6(m-nk+k)}{mn(nk-k-1)+m-nk+k}.$$

XVII. Nous avons donc encore trois quantités à déterminer favoir c, n & k, dont nous favons que c ne fauroit être pris plus petit que $\frac{4}{5}$ pouce, & que $n < 5$, outre qu'on doit remplir les conditions prefcrites. Mais, ce qui eſt ici le plus important, c'eſt qu'on doit conſtruire & arranger en ſorte les verres, que la confuſion qui réſulte de l'ouverture des verres évanouiſſe. Pour cet effet, ſi l'on poſe les expoſans de la confuſion λ, λ', λ'', pour nos trois verres AA, BB, CC, il faut ſatisfaire à cette équation:

$$\lambda m - \frac{\lambda' k(n-1)^4}{n^3} + \frac{0,23269k(n-1)^2}{nn} - \frac{\lambda''}{n^3} = 0,$$

d'où l'on tire

$$k = \frac{\lambda mn^3 - \lambda''}{\lambda'(n-1)^4 - 0,23269n(n-1)^2}.$$

XVIII. Puiſque l'expoſant λ eſt multiplié par un grand nombre mn^3, il faut donner au verre objectif une telle figure qu'une petite aberration influe le moins qu'il eſt poſſible ſur la valeur de λ: ce qu'on obtient en poſant $\lambda = 1$, d'où l'on tire cette conſtruction de l'objectif.

Le rayon de ſa face $\begin{cases}\text{de devant} = 0,61447\,a\\ \text{de derriere} = 5,24160\,a.\end{cases}$

Pour le verre oculaire, en le faiſant également concave des deux côtés, pour qu'il admette la plus grande ouverture, il faut

que le rayon de chaque face ſoit $= -\frac{11}{10}c$,

& alors on aura $\lambda'' = 1,62980$.

XIX. Pour le verre BB dont la diſtance de foyer eſt négative & $q = -kc$, afin que ſon expoſant de confuſion ſoit $= \lambda''$, il faut prendre les

les rayons de ses faces

$$\text{de devant} = \frac{(n-1)kc}{1{,}62740 - 0{,}19078n \pm 0{,}90513(n-1)\sqrt{(\lambda'-1)}},$$

$$\text{de derriere} = \frac{(n-1)kc}{0{,}19078 - 1{,}62740n \mp 0{,}90513(n-1)\sqrt{(\lambda'-1)}},$$

de sorte, que le nombre λ' étant donné, on peut construire le verre, pourvu qu'il soit plus grand que l'unité.

XX. Ayant de cette maniere réduit à rien la confusion, rien n'empêche qu'on ne prenne $c = \frac{1}{3}$ pouce: & posant $\lambda = 1$, & $\lambda'' = 1{,}62980$, nos conditions à remplir seront.

$$k < \frac{m}{n-1}; \quad k > \frac{1}{n-1}; \quad \frac{m - nk + k}{nk - k - 1} < \frac{mn(6-n)}{6n-11},$$

$$\& \ \lambda' = \frac{mn^3 + 0{,}23269n(n-1)^2k - 1{,}62980}{(n-1)^4 k} > 1.$$

Puisque n ne sauroit surpasser 5, & qu'il est au-dessus de l'unité, le plus sur moyen de gagner tous les avantages qu'on en puisse tirer, sera de donner succeslivement à n quelques valeurs, depuis 2 jusqu'à 5.

I. Hypothese en posant n = 2.

Nous aurons donc $\Phi = \frac{k}{2(2mk - m - k)}$, &

$$PF = a = p = \frac{m}{6}; \quad Ff = \frac{m}{6}\Phi; \quad PA = \frac{m}{60} \text{ pouces},$$

$$QF = l = \frac{k}{6}; \quad QG = o = -\frac{k}{3}; \quad q = -\tfrac{1}{3}k; \quad Gg = \tfrac{1}{3}m\Phi; \quad RG = r = \tfrac{1}{3}; \quad RC = \tfrac{1}{6},$$

$$\& \ QB = \frac{k}{60} \cdot \frac{2m(k-1) + 6(m-k)}{2m(k-1) + m - k} = \frac{k}{60} \cdot \frac{2mk + 4m - 6k}{2mk - m - k},$$

$$PQ = \frac{m-k}{6}; \quad QR = \frac{k-1}{3}; \quad \& \ PR = \frac{m+k-2}{6} \text{ pouces}.$$

Conditions à remplir:

$$k > m;\quad k > 1;\quad \frac{m - k}{k - 1} < 8m;\quad \text{où } k > \frac{9m}{8m + 1},$$

$$\& \ \lambda' = \frac{8m + 0,46438k - 1,62980}{k} > 1.$$

Ces conditions se réduisent à ces deux $k < m$, & $k > \frac{9m}{8m + 1}$.

Mais le champ apparent, à cause de $\Phi = \frac{1}{2\left(2m - 1 - \frac{m}{k}\right)}$, deviendra le plus grand, lorsqu'on donne à k sa plus petite valeur, qui est $k = \frac{9m}{8m + 1}$, ou $k = \frac{9}{8}$.

Posons donc $k = \frac{9}{8}$, pour avoir $\Phi = \frac{9}{2(10m - 9)}$, ou bien $\Phi = \frac{15467}{10m - 9}$ minutes; & les autres déterminations, pourvu qu'il soit $m > \frac{9}{8}$ seront en pouces:

$$PF = \alpha = \frac{m}{6};\quad Ff = \frac{m}{6}\Phi;\quad PA = \frac{m}{60};$$

$$QF = b = \tfrac{3}{10};\quad QG = \beta = \tfrac{3}{8};\quad q = -\tfrac{3}{8};\quad Gg = \frac{m}{3}\Phi.$$

$$QB = \tfrac{3}{10}\cdot\frac{25m - 27}{10m - 9};\quad RG = c = \tfrac{1}{3};\quad \& \ RC = \tfrac{1}{8}.$$

de là on trouve $\lambda' = \frac{64}{9}m - 0,98334$, & partant $\sqrt{(\lambda' - 1)} = \sqrt{(\frac{64}{9}m - 1,98334)}$. Mais, puisque λ' devient si excessivement grand sur tout pour les grandes multiplications, on comprend aisément que la moindre faute commise dans la construction du verre BB doit toujours produire une confusion très considérable. Il vaudra donc mieux donner à k une plus grande valeur

valeur aux dépens du champ apparent, qui n'en souffrira point considérablement.

Posons donc plutôt $k = \hat{m}$,

& nous aurons $\Phi = \frac{1}{4\,(m - 1)} = \frac{859}{m - 1}$ minutes,

pour les distances $PF = \frac{m}{6}$; $QF = \frac{m}{6}$; $QG = \frac{m}{6}$; $RG = \frac{1}{3}$,

donc $PQ = 0$, & $QR = \frac{m - 1}{3}$,

pour les distances de foyer $p = \frac{m}{6}$; $q = -\frac{m}{3}$; $r = -\frac{1}{3}$,

pour les images $Ff = \frac{m}{6}\,\Phi$; $Gg = \frac{m}{3}\,\Phi$.

pour les ouvertures $PA = \frac{m}{60}$; $QB = \frac{m}{60}$; $RC = \frac{1}{6}$.

Pour la construction des verres

AA le rayon de la face $\begin{cases} \text{de devant} = 0,\ 10241\,m \\ \text{de derriere} = 0,\ 87360\,m \end{cases}$

BB le rayon de la face

de devant $= \frac{m}{3,\ 73752 - 2,\ 71539\ \sqrt{(\lambda' - 1)}}$,

de derriere $= \frac{m}{-9,\ 19206 + 2,\ 71539\ \sqrt{(\lambda' - 1)}}$,

prenant $\lambda' = \frac{8,\ 46538 - 1,\ 62980}{m}$,

CC le rayon de chaque face $= -\frac{11}{30}$ pouce.

II. Hypothese prenant n $= 3$.

A cause de $c = \frac{1}{3}$, nous aurons $\Phi = \frac{3k}{4\,(3mk - m - k)}$;

 les

les diſtances PF $= \frac{m}{9}$; QF $= \frac{2k}{9}$; QG $= \frac{2k}{3}$; RG $= \frac{1}{3}$,

donc PQ $= \frac{m - 2k}{9}$; QR $= \frac{2k - 1}{3}$; PR $= \frac{m + 4k - 3}{9}$,

pour les diſtances de foyer $p = \frac{m}{9}$; $q = -\frac{k}{3}$; $r = -\frac{1}{3}$,

pour les images $Ff = \frac{m}{9}\Phi$; $Gg = \frac{m}{3}\Phi$,

pour les ouvertures PA$= \frac{m}{60}$; QB$= \frac{k}{20} \cdot \frac{2mk + m - 4k}{3mk - m - k}$; RC$= \frac{1}{6}$.

Les conditions à remplir:

$$k < \frac{m}{2};\quad k > \frac{1}{2};\quad \frac{m - 2k}{2k - 1} < \frac{9m}{7};\quad k > \frac{8m}{9m + 7},$$

$$\& \ \lambda' = \frac{27m + 2,79228k - 1,62980}{16k} > 1.$$

Par rapport au champ, à cauſe de $\Phi = 1 : 4(m - \frac{1}{3} - \frac{m}{3k})$, il feroit bon de donner à k ſa plus petite valeur $k = \frac{8}{9}$, pourvu qu'il ſoit $m > \frac{16}{9}$, & que le nombre λ' ne devienne pas trop grand. Il faut donc regarder à la multiplication m, & ſi elle n'eſt pas fort grande, on pourra bien prendre $k < \frac{m}{2}$. Alors on aura pour la conſtruction

de l'objectif AA

le rayon de ſa face $\begin{cases} \text{de devant} = 0,06827\,m \\ \text{de derriere} = 0,58240\,m \end{cases}$

du

du verre BB, le rayon de sa face

de devant $= \dfrac{k}{+ 1,58259 - 2,71539 \sqrt{(\lambda' - 1)}}$,

de derriere $= \dfrac{k}{- 7,03713 + 2,71539 \sqrt{(\lambda' - 1)}}$,

du verre CC, le rayon de chaque face $= - \frac{11}{30}$ pouce.

Or, à moins que la multiplication m ne soit proposée, on ne sauroit rien déterminer en général, puisqu'il sera toujours bon de prendre k aussi petit qu'il est possible, sans que le nombre λ' devienne trop grand, les limites étant $k > \dfrac{8m}{9m + 7}$, & $k < \dfrac{m}{2}$.

III. Hypothese prenant n $= 4$.

A cause de $c = \frac{1}{3}$, nous aurons $\Phi = \dfrac{k}{4mk - m - k} = 1 : (4m - 1 - \dfrac{m}{k})$,

ou bien $\Phi = \dfrac{3437 k}{4mk - m - k}$ minutes.

les distances $PF = \dfrac{m}{12}$; $QF = \dfrac{k}{4}$; $QG = k$; $RG = \frac{1}{3}$,

donc $PQ = \dfrac{m - 3k}{12}$; $QR = \dfrac{3k - 1}{3}$; $PR = \dfrac{m + 9k - 4}{12}$,

les distances de foyer $p = \dfrac{m}{12}$; $q = - \dfrac{k}{3}$; $r = - \frac{1}{3}$.

pour les images $Ff = \dfrac{m}{12} \Phi$; $Gg = \dfrac{m}{3} \Phi$.

pour les ouvertures $PA = \dfrac{m}{60}$; $QB = \dfrac{k}{30} \cdot \dfrac{6mk + m - 9k}{4mk - m - k}$; $RC = \frac{1}{4}$,

Les conditions à remplir:

$k < \dfrac{m}{3}$; $k > \frac{1}{3}$; $\dfrac{m - 3k}{3k - 1} < \dfrac{8m}{13}$; ou $k > \dfrac{21m}{24m + 39}$,

ou

ou bien les limites font $k < \frac{m}{3}$; $k > \frac{7m}{8m + 13}$,

$$\& \; \lambda' = \frac{64m + 8,37684k - 1,62980}{81k} > 1.$$

Il fera donc bon de prendre k fi proche de fa plus petite limite $\frac{7m}{8m + 13}$, que le nombre λ' n'en réfulte pas trop grand, ce qu'on déterminera aifément pour chaque cas propofé. Alors on aura pour la conftruction

de l'objectif A A

le rayon de fa face $\begin{cases} \text{de devant} = 0,05121\,m \\ \text{de derriere} = 0,43680\,m \end{cases}$

du verre B B le rayon de fa face

$$\text{de devant} = \frac{k}{+0,86428 - 2,71539\,V(\lambda' - 1)},$$

$$\text{de derriere} = \frac{k}{-6,31882 + 2,71539\,V(\lambda' - 1)},$$

du verre C C le rayon de chaque face $= -\frac{1}{3a}$.

IV. Hypothefe prenant $n = 5$.

A caufe de $c = \frac{1}{3}$,

nous avons $\Phi = \frac{5k}{4(5mk - m - k)} = 1 : 4\left(m - \frac{1}{5} - \frac{m}{5k}\right)$,

ou bien $\Phi = \frac{4296}{5mk - m - k}$ minutes.

les diftances $PF = \frac{m}{15}$; $QF = \frac{4k}{15}$; $QG = \frac{4k}{3}$; $RG = \frac{1}{3}$,

donc $PQ = \frac{m - 4k}{15}$; $QR = \frac{4k - 1}{3}$; $PR = \frac{m + 16k - 5}{15}$,

les diftances de foyer $p = \frac{m}{15}$; $q = -\frac{k}{3}$; $r = -\frac{1}{3}$,

pour

pour les images $Ff = \frac{m}{15}\,\Phi$; $Gg = \frac{m}{3}\,\Phi$,

pour les ouvertures $PA = \frac{m}{60}$; $QB = \frac{k}{60} \cdot \frac{20mk + m - 24k}{5mk - m - k}$; $RC = \frac{1}{6}$.

Les conditions à remplir:

$$k < \frac{m}{4};\ k > \tfrac{1}{4};\ \frac{m - 4k}{4k - 1} < \frac{5m}{19};\ \text{ou } k > \frac{6m}{5m + 19},$$

ou bien les limites sont: $k < \frac{m}{4}$, & $k > \frac{6m}{5m + 19}$,

$$\&\ \lambda' = \frac{125m + 18,61520k - 1,62980}{256k} > 1.$$

Donc, autant que la grandeur du nombre λ' le permet, on prendra k aussi proche de sa plus petite limite $\frac{6m}{5m + 19}$, qu'il sera possible. Alors on aura pour la construction

de l'objectif AA

le rayon de sa face $\begin{cases} \text{de devant} = 0,04096m \\ \text{de derriere} = 0,34944m \end{cases}$

du verrr BB le rayon de sa face

$$\text{de devant} = \frac{k}{+0,50513 - 2,71539\sqrt{(\lambda' - 1)}},$$

$$\text{de derriere} = \frac{k}{-5,95976 + 2,71539\sqrt{(\lambda' - 1)}},$$

du verre CC le rayon de chaque face $= -\frac{11}{30}$.

Remarque.

Les avantages de cette derniere hypothese sont 1°. que la lunette est plus courte, & 2°. qu'on lui peut procurer un plus grand champ

champ apparent pour la même multiplication. Mais, d'un autre côté, le verre objectif demande une ouverture presque trop grande, d'où l'on a lieu de craindre quelque confusion, Or il n'est pas difficile de remédier à cet inconvenient; comme je n'ai pas déterminé la grandeur des pouces dont je me sers pour mesurer les distances, on n'a qu'à les prendre plus grands, en réglant les ouvertures sur le pouce ordinaire. La lunette deviendra bien alors plus longue, & souffrira une diminution dans le champ apparent, mais elle conservera toujours des avantages sur les premieres hypotheses. Pour la troisieme hypothese, il semble qu'elle n'exige point une telle correction; & partant je m'y arrêterai, & je déterminerai pour les principaux cas de multiplication les lunettes les plus avantageuses tirées de la troisieme hypothese.

CONSTRUCTION DES LUNETTES
qui grossissent $2\frac{1}{2}$ fois en diametre.

Puisque $m = 2\frac{1}{2}$ les limites pour le nombre k sont

$k < \frac{5}{6}$, & $k > \frac{35}{66}$, & nous aurons

$$\lambda' = \frac{158,37020 + 8,37684k}{81k} = \frac{1,95519 + 0,10342k}{k}.$$

Puisque la plus petite limite de k donne pour λ' une valeur assés modique posons, $k = \frac{6}{11}$, pour avoir $\lambda' = 3,68794$, d'où l'on trouve $2,71539\sqrt{(\lambda' - 1)} = 4,45186$, & partant les rayons des deux faces du verre BB

$$\text{de devant} = \frac{-k}{3,58758} = -0,15204$$

$$\text{de derriere} = \frac{-k}{1,86696} = -0,29216,$$

& pour son ouverture $QB = \frac{127}{53,55} = 0,043.$

En

Voici donc la conſtruction de cette lunette:

1. pour le verre objectif AA,

le rayon de ſa face $\begin{cases} \text{de devant} = 0,\,1280 \\ \text{de derriere} = 1,\,0920 \end{cases}$

le demi-diametre de ſon ouverture PA $= 0,\,042$,

2. pour le verre du milieu BB,

le rayon de ſa face $\begin{cases} \text{de devant} = -\,0,\,15204 \\ \text{de derriere} = -\,0,\,29216 \end{cases}$

le demi-diametre de ſon ouverture QB $= 0,\,043$.

3. pour le verre oculaire CC,

le rayon de chaque face $= -\,0,367$, & de l'ouverture $= 0,183$, dont la moitié ſuffit pour la prunelle.

4. pour les diſtances entre les verres

$$PQ = \frac{19}{22.\,12} = 0,072; \quad QR = \tfrac{7}{33} = 0,212, \ \&\ PR = 0,284.$$

5, Du champ apparent le demi-diametre $= \frac{12}{53} = 12^{\circ},\, 57'$.
Donc PG $= 0,\,62$.

Cette lunette reſſemble à un microſcope, où le verre oculaire eſt le plus grand; elle eſt repréſentée dans la 4me Figure. L'enchaſſement doit être fait en ſorte qu'on puiſſe l'oculaire CC plus ou moins approcher du verre BB, ſelon la conſtitution de l'oeil.

Construction des Lunettes
qui groſſiſſent 5 fois en diametre.

Puisque $m = 5$, les limites pour le nombre k ſont:

$$k < \tfrac{5}{3}, \ \&\ k > \tfrac{35}{53}, \quad \&\ \text{ayant}$$

$$\lambda' = \frac{318,37020 + 8,37684k}{81k} = \frac{3,93050}{k} + 0,10342,$$

nous pourrons bien prendre $k = \frac{2}{3}$, & nous aurons

$\lambda' = 5,99917$, & $2,71539 \sqrt{(\lambda' - 1)} = 6,07129$,

& partant les rayons de deux faces du verre BB

$$\text{de devant} = \frac{-k}{5,20701} = -0,12803,$$

$$\text{de derriere} = \frac{-k}{0,24753} = -2,69328,$$

& pour son ouverture $QB = \frac{38}{30 \times 23} = 0,055$.

Voici donc la construction de cette lunette:

1°. pour le verre objectif AA.

le rayon de sa face $\begin{cases} \text{de devant} = 0,25605 \\ \text{de derriere} = 2,18400 \end{cases}$

le demi-diametre de son ouverture $PA = \frac{1}{12} = 0,083$,

2°. pour le verre du milieu BB,

le rayon de sa face $\begin{cases} \text{de devant} = -0,12803 \\ \text{de derriere} = -2,69328 \end{cases}$

le demi-diametre de son ouverture $QB = 0,055$.

3°. pour l'oculaire CC le rayon de chaque face $= -0,367$,
& le demi-diametre de l'ouverture $= 0,091$.

4°. pour les distances entre les verres

$PQ = \frac{1}{4} = 0,25$, $QR = \frac{1}{3} = 0,333$, & $PR = 0,583$.

5°. Du champ apparent le demi-diametre $= \frac{2}{23} = 4°, 59'$.
On aura donc $PG = \frac{1}{4} + \frac{2}{3} = 0,916$.

Cette

Cette distance PG sert à placer exactement le verre du milieu BB, puisque l'image, avant d'inserer l'oculaire CC, doit tomber à la distance PG $=$ 0,9.6 pouces. Cette lunette est représentée dans la 5me figure. Au reste je remarque, que l'oculaire du verre BB est presque trop grand par rapport à sa face de devant: & partant il auroit falu donner à k une valeur plus grande: ce qu'il sera bon d'observer dans la suite.

Construction des Lunettes *qui grossissent 10 fois en diametre.*

Puisque $m = 10$, les limites pour le nombre k sont:

$k < \frac{10}{3}$, & $k > \frac{70}{93}$. Ayant donc

$$\lambda' = \frac{638,37020 + 8,37684k}{81k} = \frac{7,8811}{k} + 0,10342,$$

il faut preudre k en sorte que λ' ne surpasse pas 5. Soit donc $k = \frac{5}{3}$; pour avoir $\lambda' = 4,83208$, & $2,71539\sqrt{(\lambda' - 1)} = 5,31556$, & partant ses rayons des faces du verre BB

$$\text{de devant} = \frac{-k}{4,45128} = -0,37442,$$

$$\text{de derriere} = \frac{-k}{1,00326} = -1,66125,$$

& pour son ouverture QB $= \frac{19}{18 \times 11} = 0,09596$, qui n'est pas trop grande. Or on trouve $\Phi = \frac{1}{33}$, ou $\Phi = 1°, 44'$.

Voici donc la construction de cette lunette:

1°. pour le verre objectif AA,

le rayon de sa face $\begin{cases}\text{de devant} = 0,51210 \\ \text{de derriere} = 4,36800\end{cases}$

& le demi-diametre de son ouverture PA $= \frac{1}{6} = 0,166$

Ee 2

2°. pour

2°. pour le verre du milieu BB,

le rayon de sa face $\begin{cases} \text{de devant} = -0,37442 \\ \text{de derriere} = -1,66125 \end{cases}$

& le demi-diametre de son ouverture $QB = 0,0959$

3°. pour l'oculaire CC, le rayon de chaque face $= -0,367$,
& le demi-diametre de son ouverture $= -0,09$.

4°. Pour les distances entre les verres

$PQ = \frac{5}{12} = 0,416$; $QR = \frac{4}{3} = 1,333$; & $PR = 1,749$,
donc la distance $PG = 2,082$.

5°. Du champ apparent le demi-diametre $= \frac{1}{33} = 1°, 44'$.

Cette Lunette est représentée dans la 6me Figure.

Construction des Lunettes
qui grossissent 20 fois en diametre.

Puisque $m = 20$, les limites pour le nombre k sont
$k < \frac{20}{3}$, & $k > \frac{140}{173}$. Ayant donc

$$\lambda' = \frac{1258,3720 + 8,37684k}{81k} = \frac{15,78235}{k} + 0,10342,$$

nous pourrons prendre $k = \frac{10}{3}$, pour avoir $\lambda' = 4,83812$, & $2,71539\sqrt{(\lambda' - 1)} = 5,32098$, & partant pour les faces du verre BB,

$$\text{de devant} = \frac{-k}{4,45670} = -0,74793$$

$$\text{de derriere} = \frac{-k}{0,99784} = -3,34055,$$

& son ouverture $QB = \frac{13}{73} = 0,178$, de sorte qu'on auroit pu prendre k plus petit: on trouve de plus $\varphi = \frac{1}{73} = 47'$.

Voilà

Voilà donc la construction de cette Lunette

1°. pour le verre objectif AA,

le rayon de sa face $\begin{cases}\text{de devant} = 1,02420\\ \text{de derriere} = 8,73600\end{cases}$

& le demi-diametre de son ouverture $PA = \frac{1}{3} = 0,333$.

2°. pour le verre du milieu BB,

le rayon de sa face $\begin{cases}\text{de devant} = -0,74793\\ \text{de derriere} = -3,34055\end{cases}$

& le demi-diametre de son ouverture $QB = 0,178$.

3°. pour l'oculaire CC, le rayon de chaque face $= -0,367$, & le demi-diametre de son ouverture $= 0,09$.

4°. pour les distances entre les verres

$PQ = \frac{10}{12} = 0,833$; $QR = 3$; & $PR = 3,833$,

& la distance $PG = 4,166$.

5°. Du champ apparent le demi-diametre $= \frac{1}{73} = 47'$.

Cette Lunette est répréséntée dans la 7me Figure.

Construction des Lunettes *qui grossissent 30 fois en diametre.*

Puisque $m = 30$, les limites du nombre k sont

$k < 10$, & $k > \frac{210}{253}$, ayant donc

$$\lambda' = \frac{1918,37020 + 8,37684k}{81k} = \frac{23,68358}{k} + 0,10342,$$

nous pourrons bien prendre $k < 5$; mais, puisqu'on gagneroit fort peu de champ apparen , & qu'il est important que le nombre λ' ne devienne pas trop grand, posons $k = 5$, pour avoir $\lambda' = 4,84013$,

 &

& $2,71539 \, \sqrt{} \, (\lambda' - 1) = 5,32115$, & partant pour les faces du verre BB

$$\text{de devant} = \frac{-k}{4,45687} = -1,12186,$$

$$\text{de derriere} = \frac{-k}{0,99767} = -5,01168,$$

& son ouverture $QB = \frac{59}{226} = 0,261$.

De plus on trouve $\Phi = \frac{1}{113}$, ou $\Phi = 30'$.

Voilà donc la construction de cette lunette,

1°. pour le verre objectif AA,

le rayon de sa face $\begin{cases} \text{de devant} = 1,53630 \\ \text{de derriere} = 13,10400 \end{cases}$

& le demi-diametre de son ouverture $PA = \frac{1}{2} = 0,50$

2°. pour le verre du milieu BB,

le rayon de sa face $\begin{cases} \text{de devant} = -1,12186 \\ \text{de derriere} = -5,01168 \end{cases}$

le demi-diametre de son ouverture $QB = 0,261$.

3°. pour l'oculaire, le rayon de chaque face $= -0,367$,
& le demi-diametre de son ouverture $= 0,09$.

4°. pour les distances entre les verres,

$PQ = \frac{5}{4} = 1,25$; $QR = \frac{14}{3} = 4,66$; & $PR = 5,92$,
& la distance de l'image $PG = 6,25$.

5°. Du champ apparent le demi-diametre $= \frac{1}{113} = 30'$.

Cette Lunette de 6 pouces doit assés bien présenter les satellites de Jupiter.

Construction des Lunettes
qui grossissent 50 fois en diametre.

Puisque $m = 50$, les limites du nombre k sont:

$$k < \frac{50}{3}, \quad \& \; k > \frac{350}{413}, \quad \text{ayant donc}$$

$$\lambda' = \frac{3198,37020 + 8,37684 k}{81 k} = \frac{39,48605}{k} + 0,10342,$$

posons $k = \frac{25}{3}$, pour avoir $\lambda' = 4,84175$, & partant $2,71539 \sqrt{(\lambda' - 1)} = 5,32227$, d'où l'on tire pour les faces du verre BB les rayons:

$$\text{de devant} = \frac{-k}{4,45799} = -1,86930,$$

$$\text{de derriere} = \frac{-k}{0,99655} = -8,36218,$$

& pour son ouverture $QB = \frac{165}{386} = 0,427$,
de plus on trouve $\Phi = \frac{1}{193}$, ou $\Phi = 17', 49''$.

Voilà donc la construction de cette lunette;

1°. pour le verre objectif AA,

le rayon de sa face $\begin{cases} \text{de devant} = 2,56050, \\ \text{de derriere} = 21,84000, \end{cases}$

& le demi-diametre de son ouverture $PA = \frac{5}{6} = 0,833$.

2°. pour le verre du milieu BB

le rayon de sa face $\begin{cases} \text{de devant} = -1,86930 \\ \text{de derriere} = -8,36218 \end{cases}$

& le demi-diametre de son ouverture $QB = 0,427$.

3°. pour le verre oculaire CC,

le rayon de chaque face $= -0,367$,
& le demi-diametre de son ouverture $= 0,09$.

4°. pour

4°. pour les diſtances entre les verres

$PQ = \frac{25}{12} = 2,083$; $QR = 8$; & $PR = 10,083$,
& la diſtance de l'image $PG = 10,416$

5°. Du champ apparent le demi-diametre $= 17', 49''$.

Cette Lunette repréſentera donc encore la Lune tout entiere, & le champ apparent eſt plus grand que celui d'une Lunette ordinaire Aſtronomique à deux verres convexes, qui groſſit autant.

Construction des Lunettes
qui groſſiſſent 100 *fois en diametre.*

Puisque $m = 10$, les limites pour le nombre k ſont:

$k < \frac{100}{3}$, & $k > \frac{700}{813}$. Ayant donc

$$\lambda' = \frac{6398,37020 + 8,37684k}{81k} = \frac{78,99222}{k} + 0,10342,$$

poſons $k = \frac{50}{3}$, pour avoir $\lambda' = 4,84295$, & partant $2,71539\, V(\lambda' - 1) = 5,32310$, donc les rayons des faces du verre BB

$$\text{de devant} = \frac{-k}{4,45882} = -3,73791,$$

$$\text{de derriere} = \frac{-k}{0,99572} = -16,73830,$$

& pour ſon ouverture $QB = \frac{5}{9} \times \frac{199}{131} = 0,844$.
de plus on trouve $\Phi = \frac{1}{393}$, ou $\Phi = 8', 45''$.

Voilà donc la conſtruction de cette lunette

1°. pour le verre objectif AA,

le rayon de ſa face { de devant $= 5,12100$
de derriere $= 43,68000$ }

& le demi-diametre de ſon ouverture $PA = \frac{5}{3} = 1,666$.

2°. pour

2°. pour le verre du milieu BB,

le rayon de ſa face $\begin{cases} \text{de devant} = - \ 3,73791 \\ \text{de derriere} = - \ 16,73830 \end{cases}$

& le demi-diametre de ſon ouverture QB = 0,844

3°. pour le verre oculaire CC,

le rayon de ſes deux faces = — 0,367, & le demi-diametre de ſon ouverture = 0,09.

4°. pour les diſtances entre les verres,

PQ = $\frac{25}{6}$ = 4,166; QR = $\frac{49}{3}$ = 16,333; PR = 20,500, & la diſtance de l'image PG = 20,833.

5°. Du champ apparent le demi-diametre = 8′, 45″.

Cette lunette de 20½ pouces groſſira donc autant qu'une ordinaire de 30 pieds; & le champ apparent n'y eſt pas moindre. Or je doute fort qu'une telle lunette réuſſiſſe, à cauſe du trop haut degré de préciſion que la conſtruction demande; & par cette raiſon je me diſpenſe de paſſer à des plus grandes multiplications.

SUPPLÉMENT.

J'ai fixé dans les conſtructions précédentes la diſtance de foyer du verre oculaire à ⅓ pouce, qui peut-être ſera encore trop petite, ſurtout pour les grandes multiplications, de ſorte que, pour y réuſſir, on ſera obligé d'augmenter les meſures preſcrites, à l'exception de celles qui regardent les ouvertures. Mais, quand la multiplication m n'eſt pas fort grande, & qu'on peut exactement exécuter les meſures preſcrites, il y a apparence qu'on pourroit bien ſe ſervir d'un oculaire plus petit, & mettre ſa diſtance de foyer r = — ⅕ pouce, puiſqu'un tel verre, ayant ſes faces également concaves, & le rayon de chacune = — 0, 22, admettra encore une ouverture égale à la prunelle.

Posons donc $c = \frac{1}{5}$, & puisque $\alpha = p = \frac{m}{5n}$, & $x = \frac{m}{60}$, le nombre n ne sauroit surpasser 3. Or pour le nombre k nous aurons ces limites.

$$k < \frac{m}{n-1}; \quad k > \frac{1}{n-1}; \ \& \ \frac{m-(n-1)k}{(n-1)k-1} < \frac{mn(4-n)}{6n-9},$$

d'où il s'ensuit $k > \frac{m(9-n)}{mn(4-n)+6n-9}$. De plus ayant

$$\lambda' = \frac{mn^3 + 0{,}23269\,n(n-1)^2 k - 1{,}62980}{(n-1)^4 k}.$$

On voit bien que, pour prevenir de trop grandes valeurs de λ', il faut donner tant à n qu'à k les plus grandes valeurs dont elles sont susceptibles. Je mettrai donc $n = 3$, & $k = \frac{m}{3}$, puisquil faut que $k < \frac{m}{3}$, & $k > \frac{6m}{3m+9}$, ou $k > \frac{2m}{m+3}$: cette condition ne sauroit subsister, à moins que m ne soit plus grand que 3. Donc, pour pouvoir appliquer notre calcul à des cas où $m < 3$, il faudra prendre $k > \frac{m}{3}$, & pourtant $k < \frac{m}{2}$, où il est requis que $m > 2$.

Soit donc $n = 3$, & $k = \frac{2m}{5}$, & on aura

$$\lambda' = 4{,}39327 - \frac{0{,}25465}{m}.$$

Pour

d'oú l'on tire les rayons des faces du vèrre BB,

$$\text{de devant} = \frac{m}{6,55412 - 11,31412\sqrt{(\lambda' - 1)}},$$

$$\text{de derriere} = \frac{m}{-29,32137 + 11,31412\sqrt{(\lambda' - 1)}},$$

& pour ſon ouverture $QB = \frac{m}{75} \cdot \frac{12m - 9}{12m - 14} = \frac{m}{75} + \frac{1}{180}$, à peu près.

Pour l'objectif AA, à cauſe de $\alpha = p = \frac{m}{15}$, on aura

le rayon de ſa face $\begin{cases} \text{de devant} = 0,040965\, m \\ \text{de derriere} = 0,349440\, m. \end{cases}$

& pour ſon ouverture $PA = x = \frac{m}{60} = 0,0166 m$

Pour l'oculaire CC, le rayon de chaque face $= -0,22$, & pour ſon ouverture $RC = 0,10$.

Pour les diſtances des verres, on aura

$$PQ = \frac{m}{75}; \quad QR = \frac{4m - 5}{25}; \quad PR = \frac{13m - 15}{75},$$

& pour l'image Gg, la diſtance $PG = \frac{13m}{75}$, qui eſt néceſſaire pour bien régler la poſition du verre BB.

Enfin, pour le champ apperent, ſon demi-diametre ſe trouve $\Phi = \frac{5}{12m - 14}$, ou bien $\Phi = \frac{8592}{6m - 7}$ minutes, qui eſt conſidérablement plus grand que dans le cas précédent.

La conſtruction du verre BB ſera rendue plus facile par les formules ſuivantes pour les rayons des faces

de

de devant $= - m:(14,24743 - \frac{0,78203}{m} - \frac{0,01467}{mm})$,

de derriere $= - m:(8,47982 + \frac{0,78203}{m} + \frac{0,01467}{mm})$,

qui se réduisent à celles-ci:

de devant $= - 0,070188m - 0,00385 - \frac{0,00028}{m}$,

de derriere $= - 0,117927m + 0,01087 - \frac{0,00080}{m}$,

Quoique ces déterminations ne puissent avoir lieu que dans les petites multiplications, à cause des erreurs inévitables, qui dans les grandes multiplications causeroient une confusion insupportable, on pourra néanmoins s'en servir dans les grandes multiplications, pourvu qu'on augmente suffisamment la grandeur d'un pouce, sans pourtant augmenter les ouvertures. Mais il faut bien remarquer qu'alors le diametre du champ apparent sera diminué dans la même proportion.

Construction d'une Lunette.

qui grossit $2\frac{1}{2}$ fois en diametre.

1°. Pour le verre objectif AA, on aura

le rayon de sa face $\begin{cases} \text{de devant} = 0,10241 \\ \text{de derriere} = 0,87360 \end{cases}$

& le demi-diametre de son ouverture PA $= \frac{1}{24} = 0,0417$.

2°. Pour le verre du milieu BB,

le rayon de sa face $\begin{cases} \text{de devant} = - 0,17943 \\ \text{de derriere} = - 0,28427 \end{cases}$

& le demi-diametre de son ouverture QB $= \frac{7}{160} = 0,0437$.

3°. Pour le verre oculaire

le rayon de chaque face $= - 0,22$.

& le demi-diametre de son ouverture RC $= 0,1$.

4°. Pour

4°. Pour les distances entre les verres

$PQ = \frac{1}{30} = 0,033$; $QR = \frac{1}{5} = 0,2$; $PR = 0,233$,
& la distance de l'image $PG = \frac{13}{30} = 0,433$.

5°. Pour le champ apparent
le demi-diametre $\Phi = \frac{5}{16}$, ou bien $\Phi = 17°, 54'$.

La Fig. 8. représente cette lunette.

Construction d'une Lunette.
qui grossit 5 fois en diametre.

1°. Pour le verre objectif AA, on aura:

le rayon de sa face $\begin{cases} \text{de devant} = 0,20482 \\ \text{de derriere} = 1,74720 \end{cases}$

& le demi-diametre de son ouverture $PA = \frac{1}{12} = 0,0833$.

2°. Pour le verre du milieu BB,

le rayon de sa face $\begin{cases} \text{de devant} = -0,35485 \\ \text{de derriere} = -0,57893 \end{cases}$

& le demi-diametre de son ouverture $QB = \frac{17}{230} = 0,0739$.

3°. Le verre oculaire est toujours le même comme ci-dessus.

4°. Pour les distances entre les verres.

$PQ = \frac{1}{15} = 0,067$; $QR = \frac{3}{5} = 0,6$; $PR = 0,667$,
& la distance de l'image $PG = 0,867$.

5°. Pour le champ apparent:
le demi-diametre $\Phi = \frac{5}{46}$, ou bien $\Phi = 6°, 14'$.

Construction d'une Lunette *qui grossit 10 fois en diametre.*

1°. Pour le verre objectif AA, on aura

le rayon de sa face $\begin{cases} \text{de devant} = 0{,}40965 \\ \text{de derriere} = 3{,}49440 \end{cases}$

& le demi-diametre de son ouverture PA $= \frac{1}{6} = 0{,}1667$.

2°. Pour le verre du milieu BB:

le rayon de sa face $\begin{cases} \text{de devant} = -0{,}70576 \\ \text{de derriere} = -1{,}16848 \end{cases}$

& le demi-diametre de son ouverture QB $= \frac{37}{265} = 0{,}1396$.

3°. Le verre oculaire CC demeure toujours le même.

4°. Pour les distances entre les verres on a:

PQ $= \frac{2}{15} = 0{,}133$; QR $= \frac{7}{5} = 1{,}4$; PR $= 1{,}533$,

& la distance de l'image PG $= 1{,}733$.

5°. Pour le champ apparent:

le demi-diametre $\Phi = \frac{5}{106}$, ou bien $\Phi = 2°, 42'$.

Construction d'une Lunette *qui grossit 20 fois en diametre.*

1°. Pour le verre objectif AA, on aura:

le rayon de sa face $\begin{cases} \text{de devant} = 0{,}81930 \\ \text{de derriere} = 6{,}98880 \end{cases}$

& le demi-diametre de son ouverture PA $= \frac{1}{3} = 0{,}333$.

2°. Pour le verre du milieu BB,

le rayon de sa face $\begin{cases} \text{de devant} = -1{,}40762 \\ \text{de derriere} = -2{,}34771 \end{cases}$

& le demi-diametre de son ouverture QB $= \frac{154}{565} = 0{,}273$.

3°. Le

3°. Le verre oculaire demeure toujours le même.

4°. Pour les distances entre les verres

$PQ = \frac{4}{15} = 0,267$, $QR = 3$, & $PR = 3,267$,
& la distance de l'image $PG = 3,467$.

5°. Pour le champ apparent:
le demi-diametre $\Phi = \frac{5}{226}$, ou bien $\Phi = 1°, 16'$.

CONSTRUCTION D'UNE LUNETTE
qui grossit 30 fois en diametre.

1°. Pour le verre objectif AA, on aura

le rayon de sa face $\begin{cases}\text{de devant} = 1,22895 \\ \text{de derriere} = 10,48320\end{cases}$

& le demi-diametre de son ouverture $PA = \frac{1}{2} = 0,500$.

2°. Pour le verre du milieu BB,

le rayon de sa face $\begin{cases}\text{de devant} = -2,10950 \\ \text{de derriere} = -3,52697\end{cases}$

& le demi-diametre de son ouverture $QB = \frac{351}{865} = 0,406$.

3°. Le verre oculaire CC demeure toujours le même.

4°. Pour les distances entre les verres

$PQ = \frac{2}{5} = 0,4$; $QR = \frac{23}{5} = 4,6$; & $PR = 5$,
& la distance de l'image $PG = 5,2$.

5°. Pour le champ apparent:
le demi-diametre $\Phi = \frac{5}{346}$, ou bien $\Phi = 49', 40''$.

CON-

CONSTRUCTION D'UNE LUNETTE *qui grossit 50 fois en diametre.*

1°. Pour le verre objectif AA, on aura

le rayon de sa face $\begin{cases} \text{de devant} = 2,04825 \\ \text{de derriere} = 17,47200 \end{cases}$

& le demi-diametre de son ouverture PA $= \frac{5}{6} = 0,833$.

2°. Pour le verre du milieu BB,

le rayon de sa face $\begin{cases} \text{de devant} = -3,51326 \\ \text{de derriere} = -5,88550 \end{cases}$

& le demi-diametre de son ouverture QB $= \frac{127}{189} = 0,672$.

3°. Le verre oculaire CC demeure toujours le même.

5°, Pour les distances entre les verres:

PQ $= \frac{2}{3} = 0,667$; QR $= \frac{39}{5} = 7,8$; & PR $= 8,467$,

& la distance de l'image PG $= 8,667$,

5°. Pour le champ apparent:

le demi-diametre $\Phi = 3\frac{5}{6}\sigma$, ou bien $\Phi = 29', 19''$.

CONSTRUCTION D'UNE LUNETTE *qui grossit 75 fois en diametre.*

1°. Pour le verre objectif AA, on aura

le rayon de sa face $\begin{cases} \text{de devant} = 3,07238 \\ \text{de derriere} = 26,20800 \end{cases}$

& le demi-diametre de son ouverture PA $= \frac{5}{4} = 1,250$.

2°. Pour le verre du milieu BB,

le rayon de sa face $\begin{cases} \text{de devant} = -5,26795 \\ \text{de derriere} = -8,83366 \end{cases}$

& le demi-diametre de son ouverture QB $= \frac{804}{799} = 1,006$.

3°. Le verre oculaire CC demeure toujours le même

4°. Pour

4°. Pour les diftances entre les verres
$PQ = 1$; $QR = \frac{59}{5} = 11,8$; & $PR = 12,8$,
& la diftance de l'image $PG = 13$.

5°. Pour le champ apparent:
le demi-diametre $\Phi = \frac{5}{880}$, ou bien $\Phi = 19', 24''$.

Construction d'une Lunette *qui groffit 100 fois en diametre.*

1°. Pour le verre objectif AA, on aura

le rayon de fa face $\begin{cases} \text{de devant} = 4,09650 \\ \text{de derriere} = 34,94400 \end{cases}$

& le demi-diametre de fon ouverture $PA = \frac{5}{3} = 1,667$.

2°. Pour le verre du milieu BB,

le rayon de fa face $\begin{cases} \text{de devant} = -7,02265 \\ \text{de derriere} = -11,78184 \end{cases}$

& le demi-diametre de fon ouverture $QB = \frac{784}{585} = 1,339$.

3°. Pour le verre oculaire CC, il demeure toujours le même

4°. Pour les diftances entre les verres,
$PQ = \frac{4}{3} = 1,333$; $QR = \frac{79}{5} = 15,8$; $PR = 17,133$,
& la diftance de l'image $PG = 17,333$.

5°. Pour le champ apparent:
le demi-diametre $\Phi = \frac{5}{1180}$, ou bien $\Phi = 14', 29''$.

Construction d'une Lunette *qui groffit 150 fois en diametre.*

1°. Pour le verre objectif AA, on aura

le rayon de fa face $\begin{cases} \text{de devant} = 6,14475 \\ \text{de derriere} = 52,41600 \end{cases}$

& le demi-diametre de fon ouverture $PA = \frac{5}{2} = 2,500$.

 2°. Pour

2°. Pour le verre du milieu BB,

le rayon de sa face $\begin{cases} \text{de devant} = -10,53205 \\ \text{de derriere} = -17,67819 \end{cases}$

& le demi-diametre de son ouverture $QB = 2,006$.

3°. Le verre oculaire CC demeure toujours le même.

4°. Pour les distances entre les verres

$PQ = 2$; $QR \frac{119}{5} = 23,8$; & $PR = 25,8$,

& la distance de l'image $PG = 26$.

5°. Pour le champ apparent:

le demi-diametre $\Phi = \frac{5}{1788}$, ou bien $\Phi = 9', 37''$.

Construction d'une Lunette *qui grossit 200 fois en diametre.*

1°. Pour le verre objectif AA on aura

le rayon de sa face $\begin{cases} \text{de devant} = 8,19300 \\ \text{de derriere} = 69,88800 \end{cases}$

& le demi-diametre de son ouverture $PA = \frac{10}{3} = 3,333$.

2°. Pour le verre du milieu BB,

le rayon de sa face $\begin{cases} \text{de devant} = -14,04145 \\ \text{de derriere} = -23,57453 \end{cases}$

& le demi-diametre de son ouverture $QB = 2,673$.

3°. Le verre oculaire demeure toujours le même.

4°. Pour les distances entre les verres:

$PQ = \frac{8}{3} = 2,667$; $QR = \frac{159}{5} = 31,8$; $PR = 34,467$,

& la distance de l'image $PG = 34,667$.

5°. Pour

5°. Pour le champ apparent:
le demi-diametre $\Phi = \frac{5}{2380}$, ou bien $\Phi = 7', 12''$.

Construction d'une Lunette
qui grossit 300 fois en diametre.

1°. Pour le verre objectif AA, on aura

le rayon de sa face $\begin{cases} \text{de devant} = 12,28950 \\ \text{de derriere} = 104,83200 \end{cases}$

& le demi-diametre de son ouverture PA = 5.

2°. Pour le verre du milieu BB,

le rayon de sa face $\begin{cases} \text{de devant} = -21,06025 \\ \text{de derriere} = -35,36723 \end{cases}$

& le demi-diametre de son ouverture QB = 4,006.

3°. Le verre oculaire demeure toujours le même.

4°. Pour les distances entre les verres:
PQ = 4; QR = $\frac{232}{5}$ = 47,8; & PR = 51,8,
& la distance de l'image PG = 52.

5°. Pour le champ apparent:
le demi-diametre $\Phi = \frac{5}{3380}$, ou bien $\Phi = 4', 47''$.

Constuction d'une Lunette
qui grossit 500 fois en diametre.

1°. Pour le verre objectif AA, on aura

le rayon de sa face $\begin{cases} \text{de devant} = 20,48250 \\ \text{de derriere} = 174,72000 \end{cases}$

& le demi-diametre de son ouverture PA = $\frac{25}{3}$ = 8,333.

2°. Pour le verre du milieu BB.

le rayon de fa face $\begin{cases}\text{de devant} = -35{,}09785\\ \text{de derriere} = -58{,}95263\end{cases}$

& le demi-diametre de fon ouverture $QB = 6{,}673$.

4°. Pour les diftances entre les verres:

$PQ = \frac{20}{3} = 6{,}667$; $QR = \frac{322}{5} = 79{,}3$; $PR = 86{,}467$.

& la diftance de l'image $PG = 86{,}667$.

5°. Pour le champ apparent:

le demi-diametre $\Phi = \frac{5}{5988}$, ou bien $\Phi = 2', 52''$.

ADDITION.

Les Lunettes, que je viens de decrire pourroient bien avoir ce défaut, que l'ouverture de l'objectif eft trop grande à l'égard de fa figure; mais j'ai déjà remarqué, comment il y faut remédier: on n'a qu'à augmenter toutes les mefures hormis celles des ouvertures, & peut-être fuffira-t-il de les augmnenter chacune de leur quart, or alors le champ apparent fera diminué felon le même proportion.

Mais il y a encore un autre remede, fans que le champ apparent en fouffre, qui eft de laiffer $c = \frac{1}{5}$ pouce, mais de pofer $n = \frac{5}{2}$, & $k = \frac{m}{2}$; d'où l'on obtient pour les diftances des verres

$$PQ = \frac{m}{50};\ \&\ QR = \frac{3m - 4}{20};\ \text{donc}\ PR = \frac{17m - 20}{100}.$$

Enfuite, puifque $\alpha = \frac{2m}{25}$, on aura pour le verre objectif AA,

le rayon de la face $\begin{cases}\text{de devant} = 0{,}049157\,m\\ \text{de derriere} = 0{,}49328\,m\end{cases}$

& le demi-diametre de fon ouverture $PA = \frac{m}{60} = 0{,}01667$, qui eft environ le tiers du rayon de la plus courbe face.

Pour

Pour l'oculaire CC, il reſte comme ci-deſſus également concave des deux côtés, le rayon de chacun étant $= 0,22$.

Pour le verre du milieu BB, le demi-diametre de ſon ouverture devient $QB = \frac{m}{80} \cdot \frac{15m - 8}{15m - 18} = \frac{m}{80} + \frac{1}{120} + \frac{1}{100m}$.

Pour ſa figure, on a d'abord $\lambda' = 6,43537 - \frac{0,64387}{m}$, & enſuite, les rayons de ſes faces ſeront:

de devant $= -m : (9,0513 \sqrt{(\lambda' - 1)} - 7,6697)$,
de derriere $= -m : (25,8515 - 9,0513 \sqrt{(\lambda' - 1)})$,

lesquelles formules à cauſe de

$$9,0513 \sqrt{(\lambda' - 1)} = 21,1021 - \frac{1,2499}{m},$$

ſe changent en celles-ci:

de devant $= \dfrac{-m}{13,4324 - \frac{1,2499}{m}} = -0,07444m - 0,00693$,

de derriere $= \dfrac{-m}{4,7494 + \frac{1,2499}{m}} = -0,21055m + 0,05541$,

Enfin, pour le champ apparent, on aura ſon demi-diametre $\phi = \frac{25}{12(5m - 6)}$, ou bien $\phi = \frac{7160}{5m - 6}$ minutes, qui eſt encore tant ſoit peu plus grand qu'auparavant.

VOILÀ DONC LA CONSTRUCTION D'UNE LUNETTE *qui grossit en général* m *fois en diametre.*

1°. Pour le verre objectif AA, on aura

le rayon de sa face $\begin{cases}\text{de devant} = 0{,}04916\,m\\ \text{de derriere} = 0{,}41933\,m\end{cases}$

& le demi-diametre de son ouverture $PA = \frac{m}{60}$.

2°. Pour le verre du milieu BB,

le rayon de sa face $\begin{cases}\text{de devant} = -0{,}07444\,m - 0{,}00693\\ \text{de derriere} = -0{,}21055\,m + 0{,}05541\end{cases}$

& le demi-diametre de son ouverture $QB = \frac{m}{80} + \frac{1}{120}$.

3° Pour le verre oculaire CC,
le rayon de chaque face $= -0{,}22$,
& le demi-diametre de son ouverture $= 0{,}1$.

4°. Pour les distances entre les verres:

$$PQ = \frac{m}{50};\quad QR = \frac{3m - 4}{20};\quad PR = \frac{17m - 20}{100},$$

& la distance de l'image $PG = \frac{17m}{100}$.

5°. Pour le champ apparent

le demi-diametre $\Phi = \frac{25}{12(5m - 6)}$, ou $\Phi = \frac{7160}{5m - 6}$ minutes.

Donc, outre l'avantage, que l'ouverture de l'objectif est moindre par rapport à sa figure, qu'au précédent, ces lunettes ont encore ces avantages, qu'elles découvrent un plus grand champ, & qu'elles sont un peu plus courtes, quoique la différence soit presque imperceptible.

On peut augmenter ces mesures chacune de ses deux tiers, avant que le champ apparent devienne plus petit que dans les lunettes ordinaires, qui grossissent autant.

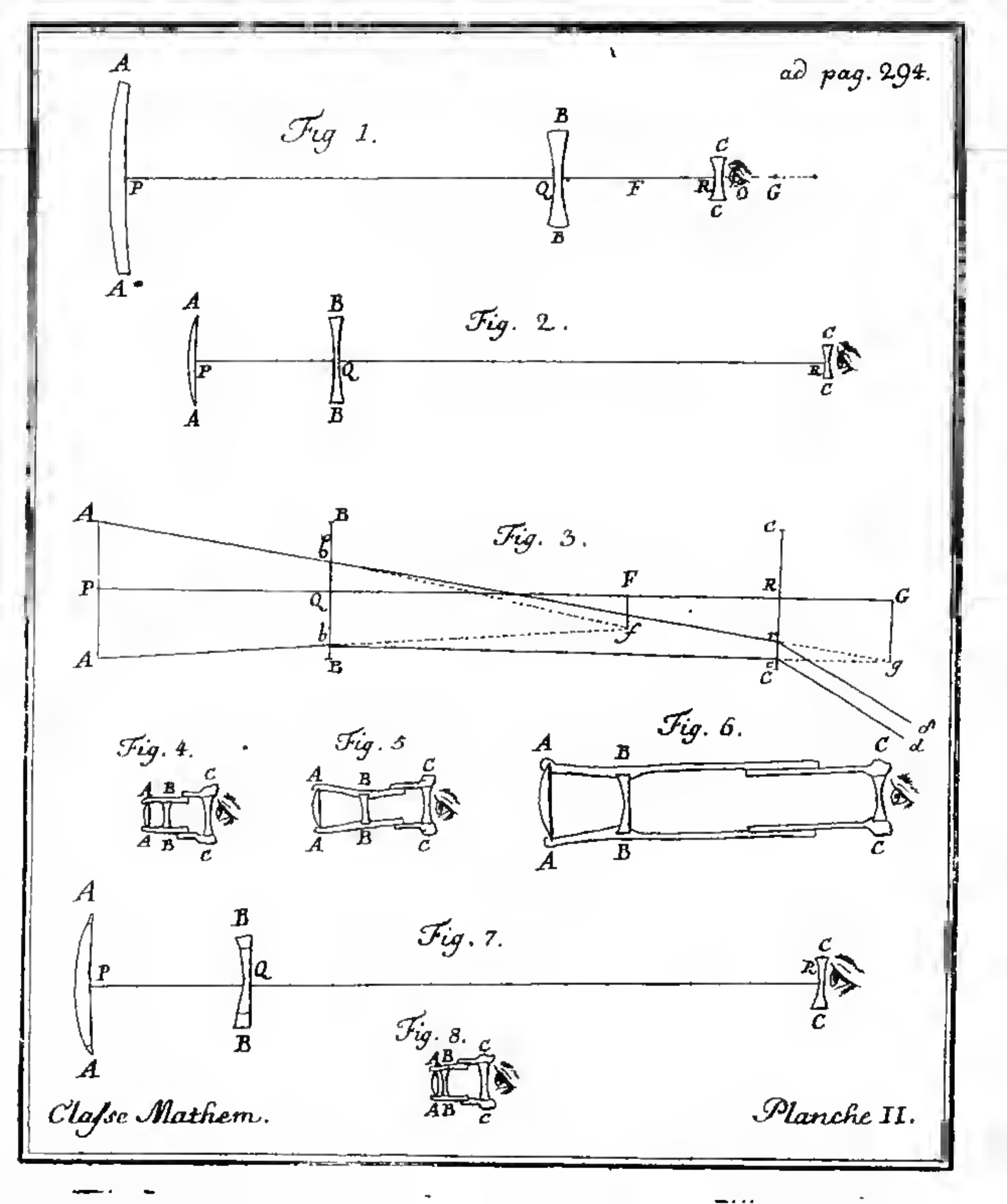
La Table ci-jointe représente toutes ces lunettes pour chaque multiplication proposée: où les mesures sont exprimées par pouces & parties decimales d'un pouce.

TABLE

TABLE DES LUNETTES A TROIS VERRES.

Multiplication.	De l'Objectif: Diametre de l'ouvert.	De l'Objectif: Rayon des faces de devant conv.	De l'Objectif: Rayon des faces de derriere convexe	De l'Objectif: Distance au verre du milieu.	Du Verre du Milieu: Diametre de l'ouvertur.	Du Verre du Milieu: Rayon des faces de devant concave	Du Verre du Milieu: Rayon des faces de derriere concave.	Du Verre du Milieu: Distance au verre oculaire.	De l'oculaire: diam. de l'ouvert	De l'oculaire: rayon des faces conc.	Longueur de la Lunette entiere.	Diametre du Champ apparent.
2	0,067	0,098	0,839	0,040	0,067	0,156	0,365	0,100	0, 20	0, 22	0,140	54°,56'
3	0,100	0,138	1,258	0,060	0,092	0,230	0,586	0,250	0, 20	0, 22	0,310	26, 4
4	0,133	0,197	1,677	0,080	0,117	0,305	0,787	0,400	0, 20	0, 22	0,480	6, 56
5	0,167	0,246	2,097	0,100	0,142	0,379	0,997	0,550	0, 20	0, 22	0,650	12, 30
6	0,200	0,295	2,516	0,120	0,167	0,454	1,208	0,700	0, 20	0, 22	0,820	9, 54
7	0,233	0,344	2,935	0,140	0,192	0,528	1,418	0,850	0, 20	0, 22	0,990	8, 14
8	0,267	0,393	3,355	0,160	0,217	0,603	1,629	1,000	0, 20	0, 22	1,160	7, 2
9	0,300	0,413	3,774	0,180	0,242	0,677	1,839	1,150	0, 20	0, 22	1,330	6, 7
10	0,333	0,492	4,193	0,200	0,267	0,751	2,050	1,300	0, 20	0, 22	1,500	5, 25
12	0,400	0,550	5,032	0,240	0,317	0,900	2,471	1,600	0, 20	0, 22	1,840	4, 25
14	0,467	0,648	5,871	0,280	0,367	1,049	2,892	1,900	0, 20	0, 22	2,180	3, 44
16	0,533	0,787	6,709	0,320	0,417	1,198	3,313	2,200	0, 20	0, 22	2,520	3, 13
18	0,600	0,825	7,548	0,360	0,467	1,347	3,734	2,500	0, 20	0, 22	2,860	2, 50
20	0,667	0,983	8,387	0,400	0,517	1,496	4,156	2,800	0, 20	0, 22	3,200	2, 32
25	0,833	1,229	10,483	0,500	0,642	1,868	5,208	3,550	0, 20	0, 22	4,050	2, 0
30	1,000	1,475	12,580	0,600	0,767	2,240	6,261	4,300	0, 20	0, 22	4,900	1, 39
35	1,167	1,721	146 7	0,700	0,892	2,613	7,314	5,050	0, 20	0, 22	5,750	1, 25
40	1,333	1,966	16,773	0,800	1,017	2,985	8,367	5,800	0, 20	0, 22	6,600	1, 14
45	1,500	2,212	18,870	0,900	1,142	3,357	9,419	6,550	0, 20	0, 22	7,450	1°,5'
50	1,667	2,458	20,967	1,000	1,267	3,729	10,472	7,300	0, 20	0, 22	8,300	58',36''
60	2,000	2,950	25,160	1,200	1,517	4,474	12,578	8,800	0, 20	0, 22	10,000	48, 41
70	2,333	3,441	29,353	1,400	1,767	5,218	14,683	10,300	0, 20	0, 22	11,700	41, 38
80	2,667	3,933	33,547	1,600	2,017	5,962	16,789	11,800	0, 20	0, 22	13,400	36, 21
90	3,000	4,424	37,740	1,800	2,267	6,707	18,894	13,300	0, 20	0, 22	14,100	32, 15
100	3,333	4,916	41,933	2,000	2,517	7,451	21,000	14,800	0, 20	0, 22	16,800	29, 0
120	4,000	5,500	50,320	2,400	3,017	8,940	25,211	17,800	0, 20	0, 22	20,200	24, 6
140	4,667	6,482	58,707	2,800	3,517	10,429	29,422	20,800	0, 20	0, 22	23,600	20, 38
160	5,333	7,866	67,093	3,200	4,017	11,918	33,633	23,800	0, 20	0, 22	27,000	18, 2
180	6,000	8,250	75,480	3,600	4,517	13,407	37,844	26,800	0, 20	0, 22	30,400	16, 1
200	6,667	9,832	83,867	4,000	5,017	14,896	42,055	29,800	0, 20	0, 22	33,800	14, 24
250	8,333	12,290	104,833	5,000	6,267	18,618	52,582	37,300	0, 20	0, 22	42,300	11, 30
300	10,000	14,748	125,800	6,000	7,517	22,340	63,110	44,800	0, 20	0, 22	50,800	9, 35
350	11,667	17,206	146,767	7,000	8,767	26,062	73,637	52,300	0, 20	0, 22	59,300	8, 12
400	13,333	19,664	167,733	8,000	10,017	29,785	84,165	59,800	0, 20	0, 22	67,800	7, 11
450	15,000	22,122	188,700	9,000	11,267	33,507	94,692	67,300	0, 20	0, 22	76,300	6, 23
500	16,667	24,580	209,667	10,000	12,517	37,229	105,220	74,800	0, 20	0, 22	84,800	5, 44
600	20,000	29,496	251,600	12,000	15,017	44,674	26,275	89,800	0, 20	0, 22	101,800	4, 47
700	23,333	34,412	293,533	14,000	17,517	52,118	147,330	04,800	0, 20	0, 22	118,800	4, 6
800	26,667	39,328	335,467	16,000	20,017	59,562	168,385	119,800	0, 20	0, 22	135,800	3, 35

SUR



ad pag. 294.
Fig 1.
A
B
C
P
Q
F
R
O
G
Fig. 2.
Fig. 3.
F
R
G
Fig. 4.
Fig. 5
Fig. 6.
Fig. 7.
Fig. 8.
Classe Mathem.
Planche II.